

四轴飞行器—倒立摆系统的控制算法研究

孔凡国¹, 李肇星¹, 张健存¹, 熊刚², Timo R. Nyberg³

(1. 五邑大学智能制造学部, 广东 江门 529020;

2. 中国科学院自动化研究所 复杂系统管理与控制国家重点实验室, 北京 100190;

3. 阿尔托大学工业工程与管理系, 芬兰 FI-00076)

摘要: 四轴飞行器控制活动杆件或装水酒杯平衡是一项难度系数极大的任务, 所构成的模型称为四轴飞行器—倒立摆不倒平衡控制系统。基于这种特殊形式的倒立摆不倒平衡控制模型, 在 $X-Z$ 平面简化为线性不倒模型进行分析, 建立其动力学模型, 并结合滑模控制的算法, 设计系统的控制器并进行仿真实验。利用滑模控制算法对四轴飞行器—倒立摆不倒平衡控制系统进行控制, 实验结果表明, 其表现出了优异的不倒稳定性。

关键词: 四轴飞行器; 倒立摆; 滑模控制; 仿真实验

中图分类号: TP273

文献标识码: A

doi: 10.11959/j.issn.2096-6652.201916

Research on control algorithm of a four axis air vehicle-inverted pendulum system

KONG Fanguo¹, LI Zhaoxing¹, ZHANG Jiancun¹, XIONG Gang², Timo R. Nyberg³

1. Faculty of Intelligent Manufacturing, Wuyi University, Jiangmen 529020, China

2. The State Key Laboratory for Management and Control of Complex Systems, Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China

3. Department of Industrial Engineering and Management, Aalto University, FI-00076, Finland

Abstract: Controlling the balance of a movable rod or a wine cup filled with water on a four axis air vehicle is a hard job. A system called four axis air vehicle-inverted pendulum balance control system is needed. With this special kind of balance control system and the idea of a simplified model to replace the complex system for analysis, the performance of a linear four axis vehicle-inverted pendulum on $X-Z$ plane was studied, its dynamic and physical formula was also discussed. The simplified model equipped with the control algorithm of sliding mode control was designed and simulated on the computer with the help of MATLAB. The result shows that the control algorithm works well on the four axis air vehicle-inverted pendulum balance control system and the system has a good performance.

Key words: four axis air vehicle, inverted pendulum, sliding mode control, simulation experiment

1 引言

基于良好的可操作性和简单的构成, 四轴飞行器已经成为近年来一个非常热门的研究对象。早期一些关于四轴飞行器的研究项目倾向于利用简单

的线性模型实现四轴飞行器的近悬停^[1]。近年来, 越来越多的研究者对四轴飞行器的全动态性能进行了相关的分析和研究, 使得其能够实现一些更为复杂且要求更高的任务行为, 例如, 接球、高速度翻转、负载运行、抛接球或支撑活动杆件等^[2]。相

收稿日期: 2019-04-24; 修回日期: 2019-05-20

通信作者: 孔凡国, 407901008@qq.com

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (No.61773381, No.61773382, No.61533019); 广东省科技厅基金资助项目 (No.2016B090910001, No.2017B090912001); 东莞创新领军人才项目, 广东省自然科学基金资助项目 (No.6029824)

Foundation Items: The National Natural Science Foundation of China (No.61773381, No.61773382, No.61533019), Science and Technology Project of Guangdong (No.2016B090910001, No.2017B090912001), Dongguan Innovative Leading Talents Project, The Natural Science Foundation of Guangdong (No.6029824)

比于传统形式的倒立摆不倒平衡系统, 本文研究的是四轴飞行器—倒立摆系统及其在滑模控制算法下表现出来的性能。使用计算实验替代对物理系统的模拟, 使得复杂问题的解决过程变得可控、可观并且可重复, 同时解决方案也具有可修改和可重复的特性, 从而满足了求解科学方法的基本要求^[3]。由于整个系统建模的难度系数大, 因此, 将系统在 X - Z 平面进行简化, 使其变为线性不倒平衡模型, 进而获得相应的动力学模型, 继而利用滑模控制算法进行控制器的设计以及仿真实验。

2 动力学模型的建立

对于四轴飞行器—倒立摆系统, 如果限制系统的载体四轴飞行器在 Z 方向上的运动, 只让四轴飞行器在 X - Y 平面上运动, 那么此系统与一般的小车倒立摆杆件不倒平衡系统相似, 是线性倒立摆不倒平衡系统, 优化分析方便。鉴于四轴飞行器—倒立摆系统的研究难度很大, 本文对其在 X - Z 平面上进行简化 (如图 1 所示)。简化后的系统具有良好的分析性能和线性操作性, 结果也趋于实际效果, 简化系统可以用一个 X - Z 平面倒立摆模型来近似。

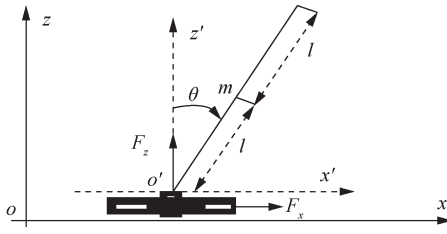


图 1 四轴飞行器—倒立摆系统在 X - Z 平面的模型

图 1 所示为系统在任意时刻的受力状态, 可将力分解在相应的坐标下, F_x 为水平方向上的分力, F_z 为竖直方向上的分力。在 X - Z 平面上研究该系统的控制行为, 除了具有水平方向上的位移 x , 还有竖直方向上的位移 z 。所以, 该系统在此平面上有 x 、 z 、 θ 三个自由度以及两个控制输入变量 F_x 和 F_z , 相关参数见表 1。

表 1 X - Z 平面倒立摆模型的结构参数

符号	参数含义
M	摆杆支座质量
m	摆杆质量
l	摆杆转动中心到其质心的距离
θ	摆杆的转角
x 、 z	平台沿 x 和 z 方向的位移
g	重力加速度

系统的各阶物理量如式 (1) 所示。

$$\begin{cases} \ddot{x} = \frac{Mml\dot{\theta}^2 \sin \theta + (M+m \cos^2 \theta)F_x - mF_z \sin \theta \cos \theta}{M(M+m)} + d_1 \\ \ddot{z} = \frac{Mml\dot{\theta}^2 \cos \theta + (M+m \sin^2 \theta)F_z - mF_x \sin \theta \cos \theta}{M(M+m)} + d_2 \\ \ddot{\theta} = \frac{-F_x \cos \theta + F_z \sin \theta}{Ml} + d_3 \end{cases} \quad (1)$$

定义 $e_x = x - x_d$, $e_z = z - z_d$, x_d 和 z_d 为期望信号, 那么系统的状态方程变为

$$\begin{cases} \ddot{e}_x = \frac{Mml\dot{\theta}^2 \sin \theta + (M+m \cos^2 \theta)F_x - mF_z \sin \theta \cos \theta}{M(M+m)} - \ddot{x}_d + d_1 \\ \ddot{e}_z = \frac{Mml\dot{\theta}^2 \cos \theta + (M+m \sin^2 \theta)F_z - mF_x \sin \theta \cos \theta}{M(M+m)} - g - \ddot{z}_d + d_2 \\ \ddot{\theta} = \frac{-F_x \cos \theta + F_z \sin \theta}{Ml} + d_3 \end{cases} \quad (2)$$

假设 $d_1 = d_2 = d_3 = 0$, 并定义 $-e_{xm} = e_x + l \sin \theta$, $e_{zm} = e_z + l(\cos \theta - 1)$, 那么式 (2) 可以转变为

$$\begin{cases} \ddot{e}_{xm} = \frac{Mml\dot{\theta}^2 \sin \theta + (M+m \cos^2 \theta)F_x - mF_z \sin \theta \cos \theta}{M(M+m)} - \ddot{x}_d - l\ddot{\theta} \cos \theta + l\dot{\theta}^2 \sin \theta \\ \ddot{e}_{zm} = \frac{Mml\dot{\theta}^2 \cos \theta + (M+m \sin^2 \theta)F_z - mF_x \sin \theta \cos \theta}{M(M+m)} - g - \ddot{z}_d + l\ddot{\theta} \sin \theta + l\dot{\theta}^2 \cos \theta \\ \ddot{\theta} = \frac{-F_x \cos \theta + F_z \sin \theta}{Ml} + d_3 \end{cases} \quad (3)$$

$$\text{令} \begin{cases} u_{xz} = \frac{(M+m \cos^2 \theta)F_x - mF_z \sin \theta \cos \theta}{M(M+m)} \\ u_{zx} = \frac{(M+m \sin^2 \theta)F_z - mF_x \sin \theta \cos \theta}{M(M+m)} \\ u_{\theta} = (-F_x \cos \theta + F_z \sin \theta)/Ml \end{cases} \quad (4)$$

可以得到系统的最终系统状态物理变量方程为

$$\begin{cases} \ddot{e}_{xm} = -u_{xz} - \frac{m}{M+m} l \dot{\theta}^2 \sin \theta - \ddot{x}_d - l \ddot{\theta} \cos \theta + l \dot{\theta}^2 \sin \theta \\ \ddot{e}_{zm} = u_{zx} + \frac{m}{M+m} l \dot{\theta}^2 \cos \theta - g - \ddot{z}_d + l \ddot{\theta} \sin \theta + l \dot{\theta}^2 \cos \theta \\ \ddot{\theta} = u_{\theta} \end{cases} \quad (5)$$

3 基于滑模控制算法的不倒平衡控制器设计

对于前面得到的最终系统状态物理变量方程, 将坐标系进行相应的转变, 使得 $e_{xt} = e_{xm}, e_{zt} = e_{zm}, \theta_t = \tan \theta, u_1 = -u_m, u_2 = (u_0 + 2\dot{\theta}^2 \tan \theta) \sec 2\theta$, 可得

$$\begin{cases} \ddot{e}_{xt} = \theta_t u_1 + \ddot{x}_d \\ \ddot{e}_{zt} = -u_1 - g - \ddot{z}_d \\ \ddot{\theta}_t = u_2 \end{cases} \quad (6)$$

令 $e_{xt} = e_{x1}, \dot{e}_{x1} = e_{x2}, e_{zt} = e_{z1}, \dot{e}_{z1} = e_{z2}, \theta_t = e_{x3}, \dot{e}_{x3} = e_{x4}$, 可得

$$\begin{cases} \dot{e}_{z1} = e_{z2} \\ \dot{e}_{z2} = -u_1 - g - \ddot{z}_d \\ \dot{e}_{x1} = e_{x2} \\ \dot{e}_{x2} = e_{x3} u_1 + \ddot{x}_d \\ \dot{e}_{x3} = e_{x4} \\ \dot{e}_{x4} = u_2 \end{cases} \quad (7)$$

根据系统的状态方程, 可以将四轴飞行器—倒立摆系统划分为两个子系统 $\Sigma_1(e_{z1}, e_{z2})$ 和 $\Sigma_2(e_{x1}, e_{x2}, e_{x3}, e_{x4})$ 。 Σ_1 是独立的线性控制系统, Σ_2 受 Σ_1 的作用影响^[4]。同时, 子系统 Σ_2 又可划分为两个子系统 $\Sigma_{21}(e_{x1}, e_{x2})$ 和 $\Sigma_{22}(e_{x3}, e_{x4})$, Σ_{22} 可认为是独立的线性控制系统, 而 Σ_{21} 受 Σ_1 和 Σ_{22} 的影响。通过相应的转化, 四轴飞行器—倒立摆系统可以分成 3 个相互关联的简单线性控制系统。

对于子系统 Σ_1 和 Σ_{21} , 将控制输入 u_1 设计为一个饱和的非线性控制, 同时将 $e_{x3} u_1$ 设计为

$$\begin{cases} u_1 = -g - \ddot{z}_d + \alpha \tanh(k_1 e_{z1} + k_2 e_{z2}) + \beta \tanh(k_2 e_{z2}) \\ e_{x3} u_1 = -k_3 e_{x1} - k_4 e_{x2} - \ddot{x}_d \end{cases} \quad (8)$$

其中, $\tanh(x) = (e^x - e^{-x}) / (e^x + e^{-x})$, $k_i (i=1, 2, \dots)$, α 和 β 为大于 0 的常数。

根据式 (8), 当 e_{x1} 和 e_{x2} 都收敛趋于 0, 那么有 $e_{x3} = e_{x3}^* = \ddot{x}_d / u_1$, 此时可以实现子系统 Σ_{21} 的稳定控制。为了使得 $e_{x3} = e_{x3}^* = \ddot{x}_d / u_1$ 成立, 对系统采

用滑模控制算法进行控制, 此时设计滑模面为^[4]

$$s = k_5 \xi + \dot{\xi} \quad (9)$$

其中, $\xi = e_{x3} - e_{x3}^*$ 。

选择滑模控制为^[5]

$$u_2 = -k_5 \xi + \ddot{e}_{x3}^* - k_6 s - \rho \tanh(s) \quad (10)$$

根据上述状态变量方程的稳定化控制设计^[6], 通过对输入量 u_1 的设置, 可以使状态变量 e_{z1} 、 e_{z2} 等于 0, 并且在饱和控制下保证 u_1 不等于 0。同理, 通过对输入量 u_2 进行选值可以使 e_{x3} 趋于 e_{x3}^* , 而 $e_{x3}^* u_1$ 可以使 e_{x1} 、 e_{x2} 为 0。基于前面对系统状态方程的等效转化, u_1 和 u_2 以及 $e_{x3}^* u_1$ 可以使系统达到稳定控制^[7]。利用实验设计、数据驱动等方法, 达到可计算、可学习、可优化以及实时等要求^[8]。

所以, 基于上述滑模控制算法对系统进行控制设计, 应用 MATLAB 软件中的 Simulink 工具建立系统的不倒平衡控制器^[9] (如图 2 所示), 在软件上对各模块进行线路的一一对应连接。

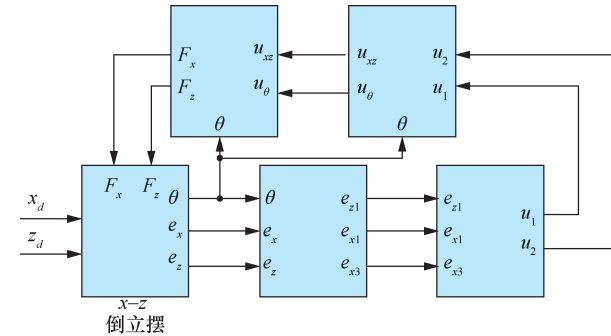


图 2 滑模控制的控制器设计^[10]

4 系统的仿真实验

本实验中, 系统模型用量选用为 $x_0 = 0.3$, $\dot{x}_0 = 0$, $z_0 = 0.2$, $\dot{z}_0 = 0$, $\theta_0 = \pi/4$, $\dot{\theta}_0 = 0$, $d_1 = d_2 = d_3 = 0$ 。杆件不倒平衡控制器的滑模控制参数为 $\rho = 5$, $\alpha = 5$, $\beta = 1$, $k_1 = 0.2$, $k_2 = 0.45$, $k_3 = 2$, $k_4 = 1.5$, $k_5 = 20$, $k_6 = 200$ 。

将以上参数代入第 3 节所述算法可得滑模控制器所需数据, 将数据写入程序后, 操作软件运行系统的不倒平衡控制器, 最终得到各输出参数的响应曲线如图 3 所示。

从图 3 所示的四轴飞行器—倒立摆系统的简化模型的滑模控制仿真结果可以看出: 系统的各个输出变量在 5 s 内能达到收敛状态, 且响应速度快,

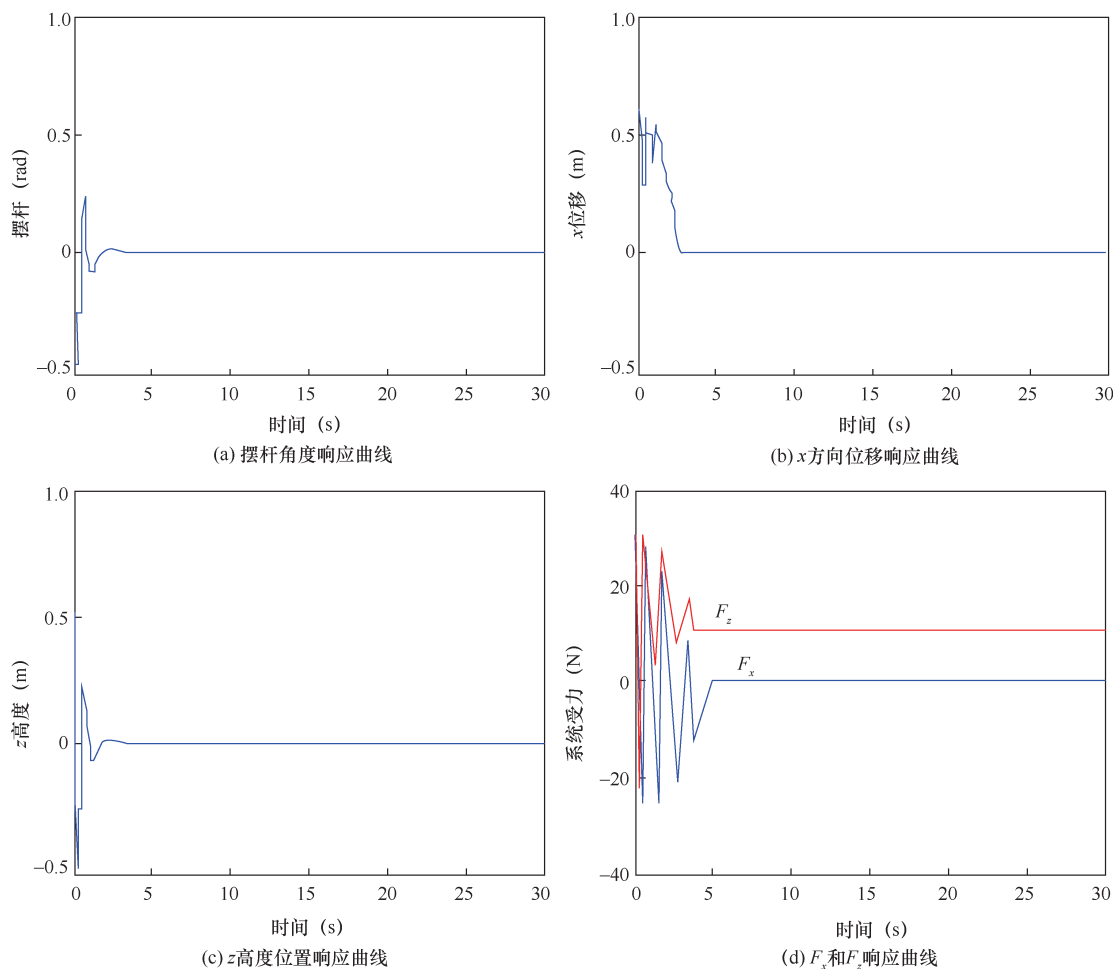


图3 输出参数响应曲线

但在系统控制的过程中会出现一定的超调量。滑模控制算法对倒立摆系统的稳定回位、快速响应都表现出了很好的控制性, 且具有较好的稳健性。

5 结束语

本文利用滑模控制算法原理, 对四轴飞行器—倒立摆系统在 X - Z 平面上的简化模型进行了控制器的硬件及算法设计, 并进行了仿真实验。由实验结果可知: 滑模控制算法对倒立摆系统的稳定回位、快速响应都表现出了很好的控制性, 且具有较好的稳健性, 达到了实验的预期效果。实验结果也进一步验证了所建系统动力学模型的合理性, 为四轴飞行器—倒立摆系统的综合完整控制实验提供了一定的理论基础和指导意义。

参考文献:

[1] RITZ R, MUELLER M, HEHN M, et al. Cooperative quadcopter ball throwing and catching[C]// International Conference on Intelligent Robots and Systems. 2012: 4972-4978.

[2] HEHN M, D'ANDREA R. A flying in verted pendulum[C]// International Conference on Robotics and Automation. 2011:763-770.

[3] 张俊, 王飞跃, 方舟. 社会能源: 从社会获取能源[J]. 智能科学与技术学报, 2019, 1(1): 7-20.

ZHANG J, WANG F Y, FANG Z. Social energy: mining energy from the society[J]. Chinese Journal of Intelligent Science and Technology, 2019, 1(1): 7-20.

[4] 江杰, 岂伟楠. 四旋翼飞行器建模与 PID 控制器设计[J]. 电子设计工程, 2013, 21(23):147-150.

JIANG J, QI W N. Modeling and PID control for a quadrotor[J]. Electronic Design Engineering, 2013, 21(23):147-150.

[5] DIEBEL J. Representing attitude: Euler angles, unit quaternions, and rotation vectors[J]. Matrix, 2006, (58): 1-35.

[6] 蒋珏, 谌海云, 岑汝平. 基于四元数的四旋翼飞行器姿态解算算法[J]. 制造业自动化, 2015, (12): 77-80.

JIANG Y, CHEN H Y, CEN R P. Attitude solution algorithm for four rotor aircraft based on four element number[J]. Manufacturing Automation, 2015, (12): 77-80.

[7] JINGLAI S, SANYAL A K, CHATURVEDI N A, et al. Dynamics and control of a 3D pendulum[J]. Decision and Control, 2004, (1): 323-328.

[8] 吕宜生, 陈圆圆, 金峻臣, 等. 平行交通: 虚实互动的智能交通管理与控制[J]. 智能科学与技术学报, 2019, 1(1): 21-33.

LV Y S, CHEN Y Y, JIN J C, et al. Parallel transportation: virtual-real interaction for intelligent traffic management and control[J]. Chinese Journal of Intelligent Science and Technology, 2019, 1(1): 21-33.

[9] WANG J J. Simulation studies of inverted pendulum based on adaptive

controllers[J]. Simulation Modeling Practice and Theory, 2011, 19(1): 440-449.

- [10] 孔凡国, 刘锡林, 钟廷志. 平面一级倒立摆的滑模控制研究[J]. 机械设计与制造, 2011,(3): 133-135.

KONG F G, LIU X L, ZHONG T Z. Research on sliding mode control of planar single inverted pendulum[J]. Machinery Design & Manufacture, 2011, (3): 133-135.

[作者简介]



孔凡国 (1966—), 男, 江西九江人, 博士, 教授, 五邑大学智能制造学部硕士生导师, 主要研究方向为人工智能、数字化设计制造、机电控制、制造业信息化、复杂工程系统等。



李肇星 (1995—), 女, 五邑大学智能制造学部在读研究生, 主要研究方向为智能制造、机电一体化。



张健存 (1986—), 男, 五邑大学智能制造学部在读研究生, 主要研究方向为智能制造、机电一体化。



熊刚 (1969—), 男, 中国科学院自动化研究所复杂系统管理与控制国家重点实验室研究员, 主要研究方向为复杂系统平行控制、智能制造、智能交通。



Timo R. Nyberg (1959—), 男, 阿尔托大学理学院高级研究员, EIT Digital (European Institute of Innovation and Technology) Summer Schools 负责人, 主要研究方向为自动化、企业管理等。